

PRIMJERI ZADATAKA

TRIGONOMETRIJA

BROJEVNA KRUŽNICA:

1. Izračunaj (svodeći na I kvadrant): $\cos(-570^\circ) =$
2. Izračunaj (svodeći na I kvadrant): $\operatorname{tg}(-595^\circ) =$
3. Izračunaj (svodeći na I kvadrant): $\cos(-620^\circ) =$
4. Izračunaj (svodeći na I kvadrant): $\operatorname{tg}(-410^\circ) =$
5. Izračunaj (svodeći na I kvadrant): $\sin(-570^\circ) =$
6. Izračunaj (svodeći na I kvadrant): $\operatorname{tg}(-563^\circ) =$
7. Izračunaj (svodeći na I kvadrant): $\operatorname{ctg}(-805^\circ) =$

1. Pretvori 0,8 rad u stupnjeve, minute i sekunde.
2. Pretvori 2,3 rad u stupnjeve, minute i sekunde.
3. Pretvori u radijane $63^\circ 16' 51''$.
4. Pretvori u radijane $45^\circ 27' 17''$.

ADICIJSKE FORMULE:

1. Izračunaj vrijednost ostalih trigonometrijskih funkcija broja t ako je $\operatorname{tg} t = -\frac{5}{12}$, $t \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$
2. Izračunaj vrijednost ostalih trigonometrijskih funkcija broja t ako je $\sin t = -\frac{40}{41}$, $t \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$
3. Izračunaj vrijednost ostalih trigonometrijskih funkcija broja t ako je $\operatorname{ctg} t = -\frac{24}{7}$, $t \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$
4. Izračunaj $\cos(\alpha - \beta) =$ i $\operatorname{ctg} 2\alpha =$ ako je $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, $\sin \beta = -\frac{4}{5}$; $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, $\beta \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$
5. Izračunaj $\sin(\alpha - \beta) =$ i $\operatorname{tg} 2\alpha =$ ako je $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$, $\cos \beta = \frac{3}{5}$; $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$, $\beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$
6. Izračunaj $\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) =$ ako je $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \beta = -\frac{7}{25}$ za $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \text{ i } \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}\right)$
7. Izračunaj $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) =$ ako je $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \beta = -\frac{7}{25}$ za $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \text{ i } \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}\right)$.
8. Izračunaj $\operatorname{tg} \beta$ ako je $\operatorname{tg} \alpha = 2$ i $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = 3$.
9. Izračunaj $\operatorname{tg}(x - y) =$, $\sin 2x =$ ako je $\sin x = \frac{4}{5}$, $\cos y = -\frac{5}{13}$; $x, y \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

1. Koristeći osnovne trigonometrijske relacije dokaži jednakost $(1 + \operatorname{tg} x)^2 + (1 - \operatorname{tg} x)^2 = \frac{2}{\cos^2 x}$
2. Koristeći osnovne trigonometrijske relacije dokaži jednakost $\frac{1 - \cos^2 x}{2 \sin^2 x - 1} = 1$
3. Koristeći osnovne trigonometrijske relacije dokaži jednakost $\frac{\cos x}{1 - \operatorname{tg} x} - \frac{\sin x}{\operatorname{ctg} x - 1} = \cos x + \sin x$
4. Dokaži jednakost: $\frac{\operatorname{ctg}(45^\circ - x) + \operatorname{ctg}(45^\circ + x)}{\operatorname{ctg}(45^\circ - x) - \operatorname{ctg}(45^\circ + x)} = \frac{1}{\sin 2x}$
5. Dokaži jednakost $\frac{\sin^2 \alpha}{1 + \sin \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin \alpha} = 2 \operatorname{tg}^2 \alpha$

6. Dokaži jednakost $\frac{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}{(\sin \alpha - \cos \alpha) \sin^2 \alpha} - \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha$
7. Dokaži jednakost: $\sin(135^\circ - x) + \cos(135^\circ + x) = 0$
8. Dokaži jednakost: $\frac{\cos(45^\circ + x) - \sin(45^\circ + x)}{\cos(45^\circ - x) - \sin(45^\circ - x)} = -1$
9. Dokaži jednakost: $\frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\sin x - \cos x} - \cos x = \sin x$

SVOJSTVA TRIGONOMETRIJSKIH FUNKCIJA:

1. Ispitaj parnost funkcije $f(x) = \operatorname{tg} x \cdot \sin x + \cos x$
2. Ispitaj parnost funkcije $f(x) = -x - \sin x \cos x$
3. Ispitaj parnost funkcije $f(x) = \sin x \cos x - x^3$
1. Odredi temeljni period funkcije $f(x) = 2\operatorname{tg} \frac{x}{2} - \frac{1}{3} \sin 3x$
2. Odredi temeljni period funkcije $f(x) = 2 \sin 2x - \cos 3x$
3. Odredi temeljni period funkcije $f(x) = -2 \sin \frac{x}{2} + 3 \sin \frac{x}{3}$
1. Skiciraj graf funkcije: $f(x) = \sin x$
2. Skiciraj graf funkcije: $f(x) = \cos x$
3. Skiciraj graf funkcije: $f(x) = \operatorname{tg} x$
4. Skiciraj graf funkcije: $f(x) = \operatorname{ctg} x$

PRIMJENA TRIGONOMETRIJE:

Riješi pravokutan trokut ako je zadano:

1. $a = 17 \text{ cm}$, $b = 10 \text{ cm}$;
2. $a = 17 \text{ cm}$, $c = 19 \text{ cm}$;
3. $b = 5 \text{ cm}$, $c = 8 \text{ cm}$;
4. $c = 21 \text{ cm}$, $\alpha = 54^\circ 17'$;
5. $a = 18 \text{ cm}$, $\alpha = 47^\circ 26'$;
6. $b = 13 \text{ cm}$, $\alpha = 45^\circ 13'$;
7. $a = 4 \text{ cm}$, $\beta = 15^\circ$;
8. $c = 21 \text{ cm}$, $\beta = 31^\circ 26'$;
9. $b = 6 \text{ cm}$, $\beta = 35^\circ$;

1. Riješi jednakostraničan trokut ako je zadano:

- a) krak $b = 24 \text{ cm}$ i kut na osnovici $\beta = 56^\circ 27'$
- b) krak $b = 16 \text{ cm}$ i kut između krakova $\alpha = 36^\circ 48'$
- c) osnovica $a = 19 \text{ cm}$ i kut između krakova $\alpha = 23^\circ 16'$
- d) osnovica $a = 24 \text{ cm}$ i krak $b = 20 \text{ cm}$
- e) osnovica $a = 19 \text{ cm}$ i kut između krakova $\alpha = 44^\circ 42'$

1. Riješi kosokutan trokut ako je zadano: $a = 318 \text{ cm}$, $b = 181 \text{ cm}$, $\beta = 31^\circ 2' 19''$
2. Riješi kosokutan trokut ako je zadano: $a = 14 \text{ cm}$, $b = 15 \text{ cm}$, $\gamma = 53^\circ 7' 49''$
3. Riješi kosokutan trokut ako je zadano: $b = 25 \text{ cm}$, $\beta = 73^\circ 44' 21''$, $\gamma = 38^\circ 53' 47''$
4. Riješi kosokutan trokut ako je zadano: $a = 13 \text{ cm}$, $\alpha = 67^\circ 23' 18''$, $\gamma = 93^\circ 55' 26''$

- Riješi kosokutan trokut ako je zadano: $a = 12 \text{ cm}$, $b = 15 \text{ cm}$, $\alpha = 53^\circ 46'$.
- Riješi kosokutan trokut ako je zadano: $a = 156 \text{ cm}$, $c = 63 \text{ cm}$, $\beta = 67^\circ 23' 51''$
- Riješi kosokutan trokut ako je zadano: $a = 19 \text{ cm}$, $b = 17 \text{ cm}$, $\beta = 63^\circ 21'$.
- Riješi kosokutan trokut ako je zadano: $b = 25 \text{ cm}$, $c = 39 \text{ cm}$, $\gamma = 143^\circ 8' 52''$
- Riješi kosokutan trokut ako je zadano: $a = 16 \text{ cm}$, $b = 17 \text{ cm}$, $c = 20 \text{ cm}$.
- Riješi kosokutan trokut ako je tadano: $a = 19 \text{ cm}$, $b = 17 \text{ cm}$, $\beta = 63^\circ 21'$.

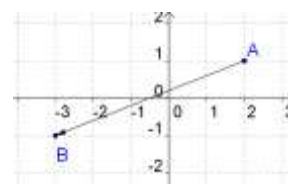
TRIGONOMETRIJSKE JEDNADŽBE:

- Riješi jednadžbu: $\operatorname{tg} x + \sin x = 0$
- Riješi jednadžbu: $\sin x = 1 - \cos x$
- Riješi jednadžbu: $\operatorname{ctg} x - 2 \cos x = 0$
- Riješi jednadžbu $\sin 2x + 2 \cos^2 x = 0$.
- Riješi jednadžbu: $2 \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x - 3 = 0$
- Riješi jednadžbu: $2 \sin^2 x + \sin x = 0$
- Riješi jednadžbu: $\sin 2x + 2 \cos^2 x = 0$
- Riješi jednadžbu: $2 \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x - 3 = 0$
- Riješi jednadžbu: $4 \sin^2 x + 3 \cos^2 x - 7 \sin x \cos x = 0$
- Riješi jednadžbu: $3 \sin^2 x - 2 \cos^2 x - 15 \sin x + 12 = 0$
- Riješi jednadžbu: $2 \sin^2 x - 3 \cos^2 x + \sin x \cos x = 1$
- Riješi jednadžbu: $\sin^2 x - \cos^2 x - 3 \sin x + 2 = 0$
- Riješi jednadžbu: $\sin^2 x + 5 \cos^2 x + 2 \cos x = 3$
- Riješi jednadžbu: $\sin^2 x - \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1$
- Riješi jednadžbu $2 \cos^2 x - 7 \cos x + 3 = 0$.
- Riješi jednadžbu: $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$
- Riješi jednadžbu: $3 \sin x + 4 \cos x = 4$

ANALITIČKA GEOMETRIJA

VEKTORI:

- Vektor $\overrightarrow{CD} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ ima početak u točki $C(-1, 3)$, a kraj u točki $D(_, _)$.
- Nacrtaj paralelogram s vrhovima A, B, C i D , te sjecištem dijagonala S . Izračunaj:
 - $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA}$,
 - $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$,
 - $\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{CB}$.



- Vektor sa slike prikaži kao linearnu kombinaciju vektora \vec{i} i \vec{j} :

- Prikaži vektor $\vec{c} = 2\vec{i} + \vec{j}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j}$ i $\vec{b} = \vec{i} + 8\vec{j}$.

PRAVAC:

- Zadan je trokut svojim vrhovima $A(2, 3)$, $B(-4, 2)$ i $C(-1, -2)$. Odredi:
 - Duljinu stranice a ,
 - Jednadžbu pravaca kojemu pripada visina na stranicu a ,
 - Površinu trokuta.
- Zadan je trokut svojim vrhovima $A(-2, 1)$, $B(-4, -2)$ i $C(3, -1)$. Odredi:
 - Duljinu stranice c ,
 - Jednadžbu pravaca kojemu pripada visina na stranicu a ,

- c) Jednadžbu pravca kome pripada srednjica paralelena sa stranicom **b**.
3. Zadan je trokut svojim vrhovima **A** (- 2, - 4), **B** (1, 5) i **C** (- 1, 7). Odredi:
 - a) Površinu trokuta,
 - b) Jednadžbu pravca kojemu pripada visina na stranicu **a**,
 - c) Jednadžbu pravca kome pripada težišnica na stranicu **b**,
 - d) Unutrašnji kut trokuta **α** .
 4. Zadan je trokut svojim vrhovima **A** (3, - 2), **B** (1, 4) i **C** (- 1, 3). Odredi:
 - a) Duljinu stranice **b**,
 - b) Jednadžbu pravca kojemu pripada visina na stranicu **c**,
 - c) Jednadžbu pravca kome pripada srednjica paralelena sa stranicom **a**,
 - d) Površinu trokuta.
 5. Zadan je trokut svojim vrhovima **A** (2, 5), **B** (- 3, 2) i **C** (3, - 2). Odredi:
 - a) Duljinu stranice **a**,
 - b) Jednadžbu pravca kojemu pripada visina na stranicu **a**,
 - c) Jednadžbu pravca kome pripada težišnica na stranicu **c**.
 - d) Unutrašnji kut trokuta **γ** .
 6. Zadan je trokut svojim vrhovima **A** (- 2, - 3), **B** (4, - 1) i **C** (3, 4). Odredi:
 - a) Duljinu stranice **b**,
 - b) Jednadžbu pravca kojemu pripada visina na stranicu **b**,
 - c) Jednadžbu pravca kome pripada težišnica na stranicu **a**.
 - d) Unutrašnji kut trokuta **β** .
 7. Zadan je trokut svojim vrhovima **A** (- 2, 1), **B** (- 1, 4) i **C** (2, 3). Odredi:
 - a) Duljinu stranice **a**,
 - b) Jednadžbu pravca kome pripada stranica **b**,
 - c) Jednadžbu pravca kojemu pripada visina na stranicu **c**,
 - d) Jednadžbu pravca kome pripada težišnica na stranicu **a**,
 - e) Površinu trokuta,
 - f) Unutrašnji kut **β** .

KRUŽNICA:

1. Napiši jednadžbu kružnice kojoj je \overline{AB} promjer, ako je **A** (1, - 3) i **B** (- 5, - 11).
2. Jednadžbu kružnice koncentrične kružnici zadane jednadžbom $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ polumjera $r = 5$.
3. Odredi jednadžbu kružnice zadane točkama:
 - a) **A** (1, 0), **B** (- 7, - 4), **C** (- 1, 2), te jednadžbu tangente i normale u točki **C**,
 - b) **A** (- 1, 7), **B** (2, 6), **C** (- 5, - 1), te jednadžbu tangente i normale u točki **B**,
 - c) **A** (- 1, 3), **B** (0, 2), **C** (1, - 1), te jednadžbu tangente i normale u točki **A**.
4. Odredi jednadžbu kružnice zadane točkama:
 - a) **A** (- 2, - 3), **B** (- 4, - 3) i polumjerom $r = \sqrt{2}$, te jednadžbu tangente u točki **A**,
 - b) **A** (- 3, 4), **B** (- 4, 3) i polumjerom $r = 5$, te jednadžbu tangente u točki **B**.

ELIPSA:

1. Napiši kanonsku jednadžbu elipse ako je zadano:
 - a) $a = 4, b = 3$
 - b) $a = 5, |F_1F_2| = 8$
2. Napiši kanonsku jednadžbu elipse kojoj je jedno tjeme **A** (5, 0), a:
 - a) $b = 12$
 - b) fokus je **F**(2,0)
3. Odredi jednadžbu elipse zadane točkama **A** (- 18, 20) i **B** (- 24, - 15), te jednadžbu tangente i normale u točki **A**.
4. Odredi jednadžbu elipse zadane točkama **A** (- 2, 2) i **B** (4, - 1), te jednadžbu tangente i normale u točki **B**.

5. Odredi jednadžbu tangente na elipsu $5x^2 + 4y^2 = 180$ u točki elipse $D(x > 0, 3)$.
6. Odredi jednadžbu tangente i normale na elipsu $x^2 + 4y^2 = 25$ iz točki $T(-5, 5)$.

HIPERBOLA:

1. Napiši kanonsku jednadžbu hiperbole ako je zadano:
 - a) $a = 4, b = 1$
 - b) $a = 8, e = 10$
2. Napiši kanonsku jednadžbu hiperbole kojoj je jedan fokus $F(-25, 0)$, i:
 - a) $a = b$
 - b) prolazi točkom $(6, 4\sqrt{3})$
3. Odredi jednadžbu hiperbole zadane točkama $A(\sqrt{30}, -2)$ i $B(-5\sqrt{2}, 2\sqrt{5})$, te odredi jednadžbu tangente i normale u točki A .
4. Odredi jednadžbu tangente i normale u točki na hiperbolu $2x^2 - 3y^2 = 50$ u točke $D(11, y > 0)$
5. Odredi jednadžbu tangente i normale u točki na hiperbolu $4x^2 - y^2 = 4$ iz točke $T(1, 4)$
6. Odredi jednadžbu hiperbole zadane točkama $A(-2, -3)$ i $B(\sqrt{2}, \sqrt{3})$, te odredi jednadžbu tangente i normale u točki A .

PARABOLA:

1. Napiši jednadžbu parabole čija os je x -os, a vrh joj je ishodište, ako je zadano:
 - a) $p = 3$
 - b) ravnalica $y = -\frac{3}{2}$
2. Napiši jednadžbu parabole s vrhom u ishodištu kojoj je fokus
 - a) $F(-\frac{1}{2}, 0)$
 - b) $F(0, -3)$
3. Nađi jednadžbu parabole kojoj je F žarište, a pravac p ravnalica ako je:
 - a) $F(-3, 0), p \dots x + 1 = 0$
 - b) $F(0, -6), p \dots y - 4 = 0$
4. Odredi jednadžbu tangente na parabolu $y^2 = 16x$ u točke $T(4, y < 0)$

TEORIJSKA PITANJA

1. Definiraj trigonometrijsku ili brojevnu kružnicu.
2. Definiraj trigonometrijske funkcije (sinus broja, kosinus broja, tangens broja i kotangens broja).
3. Definiraj glavnu mjeru i mjeru kuta.
4. Nabroji osnovne trigonometrijske identitete.
5. Kada je funkcija parna(neparna), kakve su trigonometrijske funkcije po svojoj parnosti?
6. Za koju funkciju kažemo da je periodična i koji su temeljni periodi trigonometrijskih funkcija?
7. Što su adicijske formule?
8. Kako nazivamo grafove trigonometrijskih funkcija?
9. Kako glasi poučak o sinus i gdje ga primjenjujemo?
10. Kako glasi poučak o kosinusu i gdje ga primjenjujemo?
11. Što je vektor i čime je određen?
12. Koje oblike jednadžbe pravca poznamo i kako glase u općem obliku?
13. Što je prikloni kut pravca i kako ga izračunavamo?
14. Kako glase uvjeti okomitosti i paralelnosti dvaju pravaca?
15. Što je kružnica i kako glasi njena središnja (centralna) jednadžba?

16. Što je tangenta, a što normala na kružnicu (krivulju)?
17. Definiraj elipsu te objasni pojmove vezane uz elipsu (žarište, fokus, glavna os, sporedna os, linearni ekscentricitet).
18. Kako glasi kanonski oblik jednadžbe elipse?
19. Definiraj hiperbolu te objasni pojmove vezane uz hiperbolu (žarište, fokus, realna os, imaginarna os, linearni ekscentricitet, asimptote).
20. Kako glasi kanonski oblik jednadžbe hiperbole?
21. Definiraj parabolu te objasni pojmove vezane uz parabolu (ravnalica, fokus, os parabole, tjeme, parametar).
22. Kako glasi jednadžba elipse?